

PÁGINA 81

Verifícalo resolviendo ejercicios

1 Resuelve las siguientes ecuaciones:

$$\text{a) } \sqrt{x+1} - x = \frac{x-7}{4} \quad \text{b) } \frac{1}{x} - \frac{x+1}{x-1} + \frac{5}{2} = 0$$

$$\text{a) } \sqrt{x+1} = \frac{x-7}{4} + x \rightarrow 4\sqrt{x+1} = 5x-7$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros:

$$16(x+1) = 25x^2 - 70x + 49 \rightarrow 25x^2 - 86x + 33 = 0$$

$$x = \frac{86 \pm \sqrt{7396 - 3300}}{50} = \frac{86 \pm 64}{50} = \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ 11/25 \end{array} \right.$$

Comprobación:

$$x = 3 \rightarrow 2 = -1 + 3 \rightarrow \text{válida}$$

$$x = \frac{11}{25} \rightarrow \sqrt{36/25} \neq \frac{-164}{100} + \frac{11}{25} = -\frac{120}{100} \rightarrow \text{no válida}$$

Solución: $x = 3$

$$\text{b) } 2(x-1) - 2x(x+1) + 5x(x-1) = 0 \rightarrow \\ \rightarrow 2x - 2 - 2x^2 - 2x + 5x^2 - 5x = 0 \rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \left\langle \begin{array}{l} 2 \\ -1/3 \end{array} \right.$$

Las dos soluciones son válidas.

$$\text{Soluciones: } x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{3}$$

2 Resuelve: $\begin{cases} xy = 15 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{cases}$

$$\left. \begin{array}{l} xy = 15 \\ 4x^2 - y^2 = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} y = \frac{15}{x} \\ 4x^2 - \frac{225}{x^2} = 11 \rightarrow 4x^4 - 225 - 11x^2 = 0 \end{array}$$

Cambio: $x^2 = z$

$$4z^2 - 11z - 225 = 0 \rightarrow z = \frac{11 \pm \sqrt{121 + 3600}}{8} = \frac{11 \pm 61}{8} = \left\langle \begin{array}{l} 9 \\ -25/4 \end{array} \right. \text{ No vale.}$$

$$z = 9 \rightarrow x = \pm 3 \rightarrow y = \pm 5$$

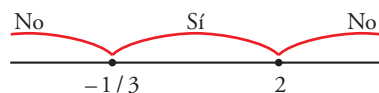
$$\text{Soluciones: } x_1 = 3, y_1 = 5; x_2 = -3, y_2 = -5$$

3 Resuelve:

$$\text{a) } 3x^2 - 5x - 2 \leq 0 \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - 3 < 4 \\ 4 - x \geq -1 \end{cases}$$

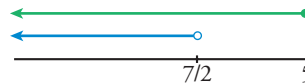
$$\text{a) } 3x^2 - 5x - 2 \leq 0$$

$$3x^2 - 5x - 2 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} = \begin{cases} 2 \\ -1/3 \end{cases}$$

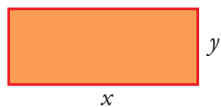


$$\text{Soluciones: } \left[-\frac{1}{3}, 2\right]; -\frac{1}{3} \leq x \leq 2$$

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3 < 4 \rightarrow 2x < 7 \rightarrow x < 7/2 \\ 4 - x \geq -1 \rightarrow -x \geq -5 \rightarrow x \leq 5 \end{cases}$$



$$\text{Soluciones: } \left(-\infty, \frac{7}{2}\right)$$

4 Halla las dimensiones de un jardín rectangular cuyo perímetro es de 60 m y su área, de 221 m².

$$\begin{cases} 2x + 2y = 60 \\ xy = 221 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 30 \rightarrow x = 30 - y \\ (30 - y)y = 221 \rightarrow 30y - y^2 - 221 = 0 \end{cases}$$

$$y^2 - 30y + 221 = 0 \rightarrow y = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 884}}{2} = \frac{30 \pm 4}{2} = \begin{cases} 17 \\ 13 \end{cases}$$

$$\text{Si } y = 17 \rightarrow x = 13$$

$$\text{Si } y = 13 \rightarrow x = 17$$

Las dimensiones del jardín son 13 m y 17 m.

5 En una clase hay 5 chicos más que chicas. Sabemos que en total son algo más de 20, pero no llegan a 25. ¿Cuál puede ser la composición de la clase?

$$\text{Chicas} \rightarrow x$$

$$\text{Chicos} \rightarrow y$$

$$\begin{cases} y = x + 5 \\ 20 < x + y < 25 \end{cases} \rightarrow 20 < x + x + 5 < 25 \rightarrow 20 < 2x + 5 < 25 \rightarrow$$

$$\rightarrow 15 < 2x < 20 \rightarrow \frac{15}{2} < x < 10$$

Es decir, las chicas pueden ser 8 ó 9.

Hay dos soluciones: 8 chicas y 13 chicos o 9 chicas y 14 chicos.